



**Matematika**  
**helyi tanterv az ötosztályos gimnázium**  
**(9/Ny, majd 9. D - 12. D osztályok,**  
**illetve a 11-12. évfolyamon emelt szintű érettségire**  
**felkészítő matematika csoport)**  
**részére**

**9-12. évfolyam: általános tantervű tanulócsoporthoz osztálykeretek között, a középszintű érettségire való felkészítéssel**

**11-12. évfolyam: emelt szintű érettségi vizsgára felkészítés külön erre a célra szervezett csoportban**

**A tantárgy órakerete:**

Évf.	Heti órakeret	Évi órakeret	Keret-tantervi órakeret	Helyi tervezésű órakeret (10% szabad órakeret)	Emelt szintű érettségire felkészítés heti órakerete	Emelt szintű érettségire felkészítés évi órakerete	Keret-tantervi órakeret	Helyi tervezésű órakeret (10% szabad órakeret)
9/Ny	2	72	---	---	---	---	---	---
9.	3	108	98	10	0	0	0	0
10.	3	108	98	10	0	0	0	0
11.	3	108	98	10	5	180	162	18
12.	3	93	84	9	5	155	139	16

**A tantárggyal kapcsolatos pedagógiai szervezési megjegyzések:**

A matematika tantárgy heti óraszám 11-12. évfolyamon heti 3 óra. Az emelt szintű érettségire felkészítés ezeken az évfolyamokon külön csoportban folyik, ahol a heti óraszám 5 óra.

**A helyi tanterv alapját jelentő kerettanterv:**

A kerettantervek kiadásának és jóváhagyásának rendjéről szóló 51/2012. (XII.21.) EMMI-rendelet 3. számú mellékletében kiadott matematika és emelt matematika A változat tantárgyi kerettanterv alapján készült helyi tanterv.

A tantárgy helyi tantervét kidolgozta: *Nagy Judit*

A tantárgy helyi tantervét véleményezte, a nevelőtestület számára elfogadásra javasolta: az iskola *matematika tanárainak közössége*

## **Az iskola tankönyvválasztásának szempontjai**

A szakmai munkaközösségek a tankönyvek, taneszközök kiválasztásánál a következő szempontokat veszik figyelembe:

- a taneszköz feleljen meg az iskola helyi tantervének;
- a taneszköz legyen jól tanítható, jól tanulható;
- a taneszköz nyomdai kivitelezése legyen alkalmas a tantárgy óraszámának és igényeinek megfelelő használatra több tanéven keresztül;
- a taneszköz minősége, megjelenése legyen alkalmas a diákok esztétikai érzékének fejlesztésére, nevelje a diákokat igényességre, precíz munkavégzésre, a taneszköz állapotának megóvására;

Előnyben kell részesíteni azokat a taneszközöket:

- amelyek több éven keresztül használhatók;
- amelyek egymásra épülő tantárgyi rendszerek, tankönyvcsaládok, sorozatok tagjai;
- amelyekhez megfelelő nyomtatott kiegészítő taneszközök állnak rendelkezésre (pl. munkafüzet, tudásszintmérő, feladatgyűjtemény, gyakorló);
- amelyekhez rendelkezésre áll olyan digitális tananyag, amely interaktív táblán segíti az órai munkát feladatokkal, 3D modellek, grafikonrajzoló, statisztikai programok, interaktív feladatok, számonkérési lehetőségek, játékok stb. segítségével.
- amelyekhez olyan hozzáférés biztosított, amely az iskolában használt digitális eszközöket és tartalmakat interneten keresztül a diákok otthoni tanulásához is nyújtani tudja.

## **A javasolt (nyomtatott és digitális) taneszközök**

A *Sokszínű matematika* tankönyvcsalád 9–12. évfolyamos kiadványai (tankönyv, feladatgyűjtemény, mozaBook, mozaWeb\*).

(A Mozaik Kiadó tankönyveinek hátsó belső borítóján egyedi kód található, amelyet a [www.mozaWeb.hu](http://www.mozaWeb.hu) honlapon beregisztálva, a Kiadó egyéves hozzáférést biztosít a tankönyv digitális változatához.)

Iskolai tanulói eszközök, tanári demonstrációs eszközök, interaktív tábla, számítógép, projektor stb.

## MATEMATIKA

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszeréről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék,

hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségeihez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimumproblémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy

mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A kerettanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

# 9/Ny nyelvi előkészítő osztály

## Fejlesztési feladatok, tevékenységek

- Alapvető feladat az általános iskolában tanult ismeretek rendszerezése, szinten tartása, illetve a tanulók egységes szintre hozása, hogy a következő tanévre minden gyerek megalapozott, rendszerezett, egységes szintű tudással rendelkezzen.
- Az ismétlés mellett a felfedeztetésre, a kreativitás fejlesztésére és a gondolkozási igény fejlesztésére is szükség van.
- Fejlesztendő a matematikai szövegértés, összefüggések önálló meglátása.
- Minél több természettudományokkal is kapcsolatos probléma szerepeljen a tananyagban.

## Az egyes anyagrészekkel kapcsolatos célok

- Algebrai kifejezések, azonosságok felismerése és alkalmazása.
- A racionális számokkal végzett műveletek készségszintű elvégzése, ellenőrzése, becslése
- Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása
- Elsőfokú egyenletre, egyenletrendszere vezető szöveges feladatok megoldása
- Számelméleti problémák megértése, maradékosztályokkal végzett műveletek, oszthatóságok vizsgálata
- Geometriai alakzatok és transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete
- Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok megoldása
- Kombinatorikus gondolkodás fejlesztése, valószínűség fogalmának szemléletes fejlesztése, megszámlálási, bejárási feladatok alapján a logikus gondolkodás fejlesztése.

## Követelmény

- A tanuló készségszinten számoljon a racionális számkörben
- Készségszinten tudjon megoldani elsőfokú egyenletet, egyenlőtlenséget, egyenletrendszert
- Ismerje a speciális háromszögeket és négyszögeket. Tudja kiszámítani ezek kerületét és területét
- Tudjon elvégezni alapszerkesztéseket
- Készség szinten tudjon ábrázolni lineáris függvényeket, ismerje a többi megtanult függvényt és tudja megfogalmazni szemléletes tulajdonságait, tudja ábrázolni konkrét transzformáltjait,
- Tudja módszeresen összeszámolni elemek lehetséges elrendezéseinek számát, tudjon értelmezni valószínűségi kísérletet.

## A tananyag felosztása

Számhalmazok, számtan, algebra, számelmélet	24 óra
Függvények, összefüggések	14 óra
Kombinatorika, valószínűségszámítás, statisztika	14 óra
Geometria	14 óra
Gondolkodási módszerek	6 óra

A gondolkodási módszerek témakör a halmazok, a kombinatorika, a geometria témakörrel is kapcsolatos, ezért ezen témakörökbe beágyazva kerülnek feldolgozásra.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Számhalmazok, számtan, algebra, számelmélet	Órakeret 24 óra
Előzetes tudás	A kerettantev 8. évfolyamos követelményei	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Ebben a témakörben az általános iskolában már tanult, ide tarozó tananyag áttekintése, rendszerezése a feladat. Újdonság lehet a gyakorlati életből vett problémák felvetése: <ul style="list-style-type: none"><li>– arányosságok alkalmazása,</li><li>– pénzváltások számítása,</li><li>– kamatok számítása</li></ul> Maradékosztályok felismerése, műveletek maradékosztályokkal	
Ismeretek, Fejlesztési követelmények		
Számhalmazok felsorolása, kapcsolatuk (részhalmaz fogalma)		
Alapműveletek a racionális számkörben (műveleti tulajdonságok), számhalmazok zártságának vizsgálata az egyes alapműveletekre nézve		
Abszolútérték, ellentett fogalma		
Százalékszámítás elmélyítése (logikus gondolkodásra serkentés)		
Egész kitevőjű hatványozás értelmezése, hatványozás azonosságai		
Szám normál alakja, számolás normál alakú számokkal		
Egyenes és fordított arányosság fogalma, szöveges feladatok, arányosság felismerése		
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek megoldása, ellenőrzése, egyszerű abszolútértékes egyenletek		
Számelmélet (oszthatósági szabályok, maradékosztályok vizsgálata, műveletek maradékosztályokkal)		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Számhalmazok, részhalmaz, abszolútérték, ellentett, normálalak.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Függvények, összefüggések	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	A kerettantev 8. évfolyamos követelményei	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Ebben a témakörben az általános iskolában már tanult, ide tarozó tananyag áttekintése, rendszerezése a feladat.	
Ismeretek, Fejlesztési követelmények		
Függvény fogalma		
Függvények a gyakorlati életben		
Függvények megadási módjai		
A Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszer		
Függvények grafikonjának ábrázolása (konstans, elsőfokú, másodfokú, abszolútértékes, elsőfokú törtfüggvény)		
Függvények jellemzése		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Kombinatorika, valószínűségyszámítás, statisztika	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	A kerettantév 8. évfolyamos követelményei	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	A matematikai szövegértés fejlesztése Logikus, rendszerezett gondolkodás fejlesztése Képes legyen felismerni az azonos megoldási módszert igénylő feladatokat. Új környezetben is képes legyen a már tanult módszert alkalmazni	
Ismeretek, Fejlesztési követelmények		
Bejárási feladatok		
Megszámolási feladatok		
Kiválasztási feladatok		



Valószínűség fogalma	
Valószínűségek számolása (pénzérme, dobókocka, golyók...)	
Statisztika: adatok felvétele	
Adatok alapján gyakorisági táblázat készítése, gyakoriság, relatív gyakoriság	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valószínűség, gyakoriság, relatív gyakoriság

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	A kerettantév 8. évfolyamos követelményei	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Nevezetes ponthalmazok felsorolása Alakzat tulajdonságainak pontos meghatározása Az alakzatok osztályokba sorolása, emellett halmazszemlélet fejlesztése Geometriai bizonyítás igényességének fejlesztése Alapvető szerkesztési eljárásokhoz szükséges ismeretek fejlesztése, elmélyítése Szerkesztési feladatok felépítése, diszkusszió fogalmának elmélyítése Terület fogalmának elmélyítése Területképletek áttekintése Megoldási terv készítése került-, területszámítási feladatoknál. Térszemlélet fejlesztése	
Ismeretek, Fejlesztési követelmények		
Nevezetes ponthalmazok: szakaszfelező merőleges, szögfelező, kör, ponthalmazok a koordinátasíkon		
Alapszerkesztések, szerkesztési feladatok a ponthalmazok felhasználásával		
Nevezetes szögpárok		
Összefüggések a háromszögek oldalai és szögei között		
Háromszögek nevezete vonalai, pontjai és körei		
Háromszögek egybevágósága		

Szerkesztési feladatok	
Háromszögek belső és külső szögei, négyszögek belső és külső szögei, sokszögek belső és külső szögei	
Háromszögek, speciális négyszögek területe, átdarabolások	
Sokszögek területe átdarabolással	
Kör területe és kerülete	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Szakaszfelező merőleges, szögfelező, kör, háromszögek egybevágósága, terület

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Gondolkodási módszerek, a halmazelmélet alapjai, matematikai logika	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	A kerettantev 8. évfolyamos követelményei	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Pozitív motiváció kialakítása. Kommunikációs készség fejlesztése. A matematikai nyelv elemeinek fokozatos elsajátíttatása. Konkrét halmazokkal kapcsolatban a halmazműveletek elvégzése, a halmazszemlélet fejlesztése. Az értő-elemző olvasás továbbfejlesztése. Szövegelemzés.	
Matematikatörténeti érdekességek a tananyaghoz kapcsolódóan.		
Konkrét példák halmazokra. A részhalmaz, kiegészítő halmaz, unió, metszet, különbség szemléletes fogalma a konkrét példákhoz kapcsolódóan (számelmélet, számhalmazok, ponthalmazok témakörön belül).		
A bizonyítás fogalmának előkészítése. Szemléletes indoklás, bizonyítás fokozatos megkülönböztetése. „és”, „vagy”, „ha... akkor”, „van olyan”, „nem minden” kifejezések jelentése. Ezen állítások átfogalmazása, igazolása, cáfolása konkrét példák kapcsán. Fogalmak, állítások logikai kapcsolata.		
A skatulyaelv alkalmazásával megoldható feladatok.		
Szövegelemzés. A gondolkodási módszerek témakör átszővi az egész tananyagot, ezért a többi anyagrészbe beágyazva is tanítjuk.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmaz, részhalmaz, kiegészítő (komplementer) halmaz, unió. metszet, különbség, skatulyelv	

<p><b>A fejlesztés várt eredményei a Nyelvi előkészítő évfolyam végén</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <i>Számhalmazok, számtan, algebra, számelmélet</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• készség szinten végezze el a racionális számkörben a négy alpműveletet, konkrét feladatban tudja felhasználni a műveleti tulajdonságokat, az egyszerűbb megoldási út megtalálásához.</li> <li>• tudja az abszolútérték és az ellentett fogalmát</li> <li>• tudjon százalékkértéket, százaléklábat és százalékalapot számolni (ne képleteket tanítsunk, hanem a százalék fogalmának felhasználásával logikai úton jusson el a megoldáshoz)</li> <li>• tudja a hatványozás definícióját pozitív egész, nulla és negatív egész kitevőjű hatványokra, értse és alkalmazza a hatványozás azonosságait</li> <li>• tudja a normálalak definícióját, tudja elkészíteni egy szám normán alakját és normál alakú számokkal tudjon műveleteket végezni</li> <li>• tudja az egyenes és fordított arányosság definícióját, tudja felismerni a megfelelő arányosságokat és tudjon egyenes és fordított arányosságokat számolni (szöveges feladatok)</li> <li>• tudjon elsőfokú egyenleteket megoldani a mérleg-elv alapján, tudja megoldásait ellenőrizni és megállapítani, hogy a megfelelő alaphalmazon az megoldás-e. (Zárójel felbontása, közös nevezőre hozás ...)</li> <li>• tudjon elsőfokú egyenlőtlenségeket és kétismeretlenes, elsőfokú egyenletrendszereket megoldani. Tudja az egyenlőtlenség megoldáshalmazát számegyenesen ábrázolni.</li> </ul> </li> <li>2. <i>Függvények, összefüggések</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• tudjon készség szinten pontokat ábrázolni a koordináta-rendszerben és tudja egy pont koordinátáit leolvasni</li> <li>• tudja a függvény definícióját, a felsorolt kapcsolatokból tudja kiválasztani a függvénykapcsolatokat</li> <li>• tudja ábrázolni az elsőfokú, másodfokú, abszolútértékes és az elsőfokú törtfüggvényeket</li> <li>• tudja jellemezni a már ábrázolt függvényeket</li> <li>• legyen képes egyenletek és szöveges feladatok megoldásánál használni a függvényeket</li> <li>• kifejezés felírása szöveges meghatározás alapján</li> <li>• függvény megadása grafikon alapján</li> </ul> </li> <li>3. <i>Kombinatorika, valószínűségszámítás, statisztika</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• tudjon egyszerű bejárési feladatokat megoldani, általánosítani</li> <li>• tudjon egyszerű megszámolási feladatokat megoldani, a kritériumrendszer megváltoztatásával tudja eredményét módosítani</li> <li>• értse a visszatevés és a nem visszatevéses mintavétel közötti különbséget</li> <li>• Pascal-háromszög segítségével tudjon kiválasztási feladatokat megoldani és kiszámolni</li> <li>• értse a valószínűség fogalmát. Értse a relatív gyakoriság és a</li> </ul> </li> </ol>
---	---

	<p>valószínűség közötti különbséget.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• tudjon adatokat felvenni, az adatok alapján gyakorisági táblázatot készíteni és az alapján oszlop-, sáv-, kör és vonaldiagramot készíteni.</li> <li>• a gyakorisági táblázat alapján tudja megállapítani az adathalmaz módusztát és mediánját.</li> </ul> <p>4. <i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• legyen képes értelmezni az adott tulajdonsággal rendelkező mértani helyeket</li> <li>• tudja alkalmazni szerkesztési feladatokban a tanult mértani helyeket</li> <li>• ismerje a háromszögek oldalai, szögei közötti összefüggéseket</li> <li>• ismerje a háromszögek nevezetes vonalait, pontjait, köreit</li> <li>• ismerje a háromszögek egybevágósági alapesteit</li> <li>• tudjon szerkesztésmenetet írni</li> <li>• ismerje a háromszögek és a konvex négyszögek belső szögeinek összegét.</li> <li>• tudja a hosszúság és terület mértékegység átváltásokat</li> <li>• tudja a kör területét és kerületét kiszámítani</li> <li>• ismerje a speciális háromszögeket, négyszögeket</li> <li>• ismerje Pitagorasz-tételt (kimondás, bizonyítás, alkalmazás)</li> <li>• ismerje a szabályos sokszögek fogalmát</li> <li>• tudja kiszámítani háromszögek és speciális négyszögek területét, kerületét</li> </ul> <p>5. <i>Gondolkodási módszerek, a halmazelmélet alapjai, matematikai logika</i></p> <p>Elsősorban a többi téma feladatainak megoldásában tudja alkalmazni az ismereteket.</p>
--	---

## 9–10. évfolyam

Ez a tanterv mindazon tanulóknak szól, akik a 9. osztályban még nem választottak matematikából emelt szintű képzést. Azoknak is, akik majd később, fakultáción akarnak felkészülni matematikaigényes pályákra, és természetesen azoknak is, akiknek a középiskola után nem lesz rendszeres kapcsolatuk a matematikával, de egész életükben hatni fog, hogy itt milyen készségeik alakultak ki a problémamegoldásban, a rendszerező, elemző gondolkodásban. Ezeket a tanulókat ebben az időszakban lehet megnyerni a gazdasági fejlődés szempontjából meghatározó fontosságú természettudományos, műszaki, informatikai pályáknak.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet.

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhöz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt. (A tantervben *dőlt* betűkkel szerepelnek ezek a részek.)

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

A tanulók későbbi, matematika szempontjából nagyon különböző céljai, a fogalmi gondolkodásban megnyilvánuló különbségek igen fontossá teszik ebben a szakaszban a differenciálást. Az évfolyamok összetételének a bevezetőben vázolt sokszínűsége miatt nagyon indokolt csoportbontásban tanítani a matematikát.

Az egyes tematikus egységekre az óraszámokat évfolyamonként a táblázatok tartalmazzák.

## Tananyagbeosztás

Az alábbi – magyarázatként szolgáló – táblázatban feltüntettük, hogy **a kerettanterv két évfolyamonként hány órát határozott meg az egyes témakörökre, illetve hogy az ebben gyakorlásra, ismételésre, ellenőrzésre szánt órákat (22) és a 10% szabad órakeretet (22) hogyan osztottuk szét (pirossal jelölve).**

Témakörök	9-10. évfolyam kerettantervben	9. évfolyam heti 3 óra	10. évfolyam heti 3 óra	Eltérés
Gondolkodási módszerek	20	14	13	+7
Számelmélet, algebra	66	37	38	+9
Függvények, sorozatok	16	15	10	+9
Geometria	60	35	35	+10
Statisztika, valószínűség	10	7	12	+9
<i>Gyakorlásra, ismételésre, ellenőrzésre szétosztva a témakörök között</i>	<b>22</b>			<b>44</b>
<i>10% szabad órakeret</i>	<b>22</b>			
<b>Összesen</b>	<b>216</b>	<b>108</b>	<b>108</b>	

## 9. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 14 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet: Cantor.</i>	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése.  <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban.  <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	<i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	<i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).
Valós számok halmaza. Az	Annak tudatosítása, hogy az	

intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	intervallum végtelen halmaz.	
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	<i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerzés, a következtetés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok- okozati viszony felismerése és magyarázata.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nytott mondatok igazsághalmaz, szemléltetés módjai.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközjellegű használata.	
A matematikai bizonyítás.	Kísérletezés, módszeres	<i>Magyar nyelv és</i>



<p>Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában. Nevezetes sejtések (pl. ikerprím sejtés); hosszan „élt”, de megoldott sejtések (pl. Fermat-sejtés, négyszínsejtés).</p>	<p>próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése.</p> <p>Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.</p>	<p><i>irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.</p>
<p>Állítás és megfordítása.</p> <p>„Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p>	<p>Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében.</p> <p>Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.</p>	
<p>Bizonyítás.</p>	<p>Gondolatmenet tagolása.</p> <p>Rendszerezés (érvek logikus sorrendje).</p> <p>Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés.</p> <p>Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése.</p> <p>Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.</p>	<p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>
<p>Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák.</p> <p>Kombinatorika a mindennapokban.</p> <p>Logikai szita.</p>	<p>Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés).</p> <p>Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).</p>	<p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált</p>

		szövegekben.
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, fokszám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	<i>Kémia:</i> molekulák tér szerkezete.  <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha ..., akkor ...”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számtan, algebra</b>	<b>Órakeret 37 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján elsőfokú egyismeretlenes egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
<b>A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímek. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész. Mersenne, Euler, Fermat)	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.	
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.	
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	<i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	<i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	

$(a \pm b)^2$ , $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	<i>Fizika:</i> számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.
Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása különböző módszerekkel (lebonthatás, mérlegelv, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálata, grafikus módszer). Egyszerű egyenletek paraméterrel.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása, kiegészítése. Módszerek tudatos kiválasztása és alkalmazása.	
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, egyenlő illetve ellentett együtthatók módszere, grafikus módszer).	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.
Elsőfokú egyenletre, egyenletrendszerre vezető szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.  <i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.  <i>Földrajz:</i> a pénzügyvilág működése.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások.  <i>Társadalmi, állampolgári</i>

	modelljének elkészítése (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.  <i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.  <i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok.
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése..
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $ x + c  = ax + b$ .	Definíciókra való emlékezés.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú egyenlet. Elsőfokú egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 15 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosságot leíró	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések	<i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége.

függvény. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereinek alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	<i>Kémia:</i> egyenes arányosság.  <i>Informatika:</i> táblázatkezelés.
Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto  ax + b $ függvény grafikonja, tulajdonságai ( $a \neq 0$ ).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ( $x \geq 0$ ) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ( $ax \neq 0$ ) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Fizika:</i> kinematika.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:</i> számítási feladatok.
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ ) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x - u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.

<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőértékhely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.
------------------------------------	---

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 35 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. Az egybevágósági transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Geometriai alapfogalmak. Tételek, távolságok és szögek értelmezése. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.)	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, súlyvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. <i>Matematikatörténet:</i> Euler-egyes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal, bizonyítás nélkül).	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).

Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körívk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	<i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége.  <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	<i>Fizika:</i> körmozgás sebessége, szögsebessége.  <i>Földrajz:</i> távolság a Föld két pontja között.
A körívk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körívk területe között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	<i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás.  <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.
Thalész tétele, és alkalmazásai. A matematika, mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások.  <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Egybevágóság,	Szimmetria felismerése a	<i>Informatika:</i> tantárgyi



szimmetria.	matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban, részvétel szimmetrián alapuló játékokban.	szimulációs programok használata.  <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.  <i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás).
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Vektor, vektorművelet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 7 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.		
Ismeretek		Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás,		Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás,

kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	adattárjainak jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	információmegjelenítés.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).  <i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.
Adatsokaságok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag., terjedelem, szórás. Gyakoriság, relatív gyakoriság.	

<b>A fejlesztés várt eredményei a 9. évfolyam végén</b>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.</li> <li>– Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.</li> <li>– Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.</li> <li>– Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.</li> </ul>
	<p><i>Számтан, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.</li> <li>– Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.</li> <li>– Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.</li> <li>– A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.</li> </ul>

### *Összefüggések, függvények, sorozatok*

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

### *Geometria*

- Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes pontthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

### *Valószínűség, statisztika*

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– A statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni.</li> </ul>
--	--

# 10. évfolyam

Ez a tanterv a 11. évfolyamról átcsoportosítja 10. osztályba az alábbi 5 óra tartalmat: Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények ( $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\tan$ ) tulajdonságai. A trigonometrikus függvények alkalmazása egyszerű egyenletek megoldásában.

A szögfüggvényfogalom 10. évfolyamon történő kiterjesztésének két alapvető indoka van:

1. Érdemes a kiterjesztést időben viszonylag közel tanítani a hegyesszögekre vonatkozó definíciókhoz, összefüggésekhez, alkalmazásokhoz, ugyanis ekkor még „eleven”, alkalmazásképes szinten emlékeznek a tanulók a hegyesszögekre vonatkozó ismeretekre.
2. Más tantárgyak (elsősorban a fizika) tananyaga alkalmazás szintjén igényelheti a kiterjesztett fogalmakat. A 3.2.08.1 Fizika tanterv minden olyan tartalmat (Rezgések, hullámok, váltakozó áram), amely igényli a szögfüggvények ismeretét, 9–10. osztályban tárgyal, ezért ha az iskola ezt a tantervet választja, akkor mindenképpen indokolt a szögfüggvények bevezetése 10. osztályban.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 13 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. A matematikai tételek, állítások szerkezete. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfelnevelés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában. Nevezetes sejtések (pl. ikerprím sejtés); hosszan „élt”, de megoldott sejtések (pl. Fermat-sejtés, négyszínsejtés).	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Értékelés, vita. Értékek és ellenértékek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.

Állítás, tétel és megfordítása. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében.  Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	
Bizonyítás. Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (indirekt módszer, skatulya-elv) konkrét példákon keresztül.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése.  Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	<i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti

	(a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat: egészséges életmódra és a családi életre nevelés.</i>
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	<i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat: hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.</i>  <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	<i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete. <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa. <i>Technika, életvitel és gyakorlat: közlekedés.</i>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Gráf csúcsa, éle, csúcs foksáma. Feltétel és következmény. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.	

<b>Tematikai egység/</b>	<b>2. Számtan, algebra</b>	<b>Órakeret 38 óra</b>
--------------------------	----------------------------	----------------------------

<b>Fejlesztési cél</b>		
<b>Előzetes tudás</b>	Egész kitevőjű hatványozás. Számolás algebrai kifejezésekkel. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése. Négyzetgyök fogalma.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben. Gyökjel alól kihozatal, nevező gyöktelenítése.	<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	
Néhány egyszerű magasabb fokú	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan	



egyenlet megoldása. <i>Matematikatörténet:</i> részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	problémák.	
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b} = cx+d$ .	Megoldások ellenőrzése.	<i>Fizika:</i> például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ( $a \neq 0$ ).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés. Egyszerű paraméteres másodfokú egyenletek.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	<i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Gyöktényezős alak. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép. Szélsőérték.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	<b>Órakeret 10 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. A periodicitás kezelése.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Függvények alkalmazása másodfokú és gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldására; másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatok	Függvénytulajdonságok tudatos alkalmazása	
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg) tulajdonságai.	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. A permanencia-elv alkalmazása. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram.  <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
A trigonometrikus függvények alkalmazása egyszerű egyenletek megoldásában.		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Trigonometrikus függvény. Periodikusság. Grafikus megoldás.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 35 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	

<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. A valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
A körrel kapcsolatos ismeretek bővítése: kerületi és középponti szög fogalma, kerületi szögek tétele; húrnégyszög fogalma, húrnégyszögek tétele. Látószög; látószögekörív mint speciális pontthalmaz (Thalész tételének általánosítása).	Korábbi ismeretek felelevenítése, új ismeretek beillesztése a korábbi ismeretek rendszerébe.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok területének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	<i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont.  <i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az arany metszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.

Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	<i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása.
Vektorok a koordináta-rendszerben. Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	<i>Fizika:</i> helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.		<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben. A kiterjesztett szögfüggvényfogalom egyszerű alkalmazásai.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Kerületi szög, középponti szög, látószög. Húrnégyszög. Hasonló. Arány. Vektor, vektorművelet, vektorkoordináták. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret 12 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok	

	olvasása. Összeszámlálási alapfeladatok. Százalékszámítás.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Valószínűségi kísérletek, az adatok rendszerezése, a valószínűség becslése.	A rendelkezésre álló adatok alapján jóslás a bekövetkezés esélyére.	
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre.  Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	<i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.
A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	
A valószínűség klasszikus modelljének előkészítése egyszerű példákon keresztül.	A modell és a valóság kapcsolata.	
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Véletlen (valószínűségi) kísérlet. Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.	

<b>A fejlesztés várt eredményei a 10. évfolyam végén</b>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Értsék, és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.</li> <li>– Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.</li> <li>– Egyszerű összeszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.</li> <li>– Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma</li> </ul>
--	--

	<p>megoldására.</p> <p><i>Számтан, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.</li> <li>– Másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.</li> <li>– Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.</li> <li>– Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.</li> <li>– A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.</li> </ul> <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A trigonometrikus függvények tulajdonságainak és grafikonjának alkalmazása egyszerű periodikus jelenségek, folyamatok vizsgálatára.</li> <li>– A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).</li> <li>– Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása trigonometrikus függvényeken.</li> <li>– Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.</li> </ul> <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A körrel kapcsolatos ismeretek bővülésének hatása elméleti és gyakorlati számításokban.</li> <li>– A hasonlósági transzformáció és tulajdonságainak ismerete.</li> <li>– Hasonló alakzatok; két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).</li> <li>– Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.</li> <li>– Vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.</li> <li>– A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.</li> <li>– A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.</li> <li>– A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.</li> </ul> <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.</li> </ul>
--	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.</li> <li>– Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.</li> <li>– Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.</li> <li>– A valószínűségszámítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét a klasszikus modell alapján.</li> </ul>
--	--

## 11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző- és összegzőképesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsék gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák.



## Tananyagbeosztás

Az alábbi – magyarázatként szolgáló – táblázatban feltüntettük, hogy a kerettanterv két évfolyamonként hány órát határozott meg az egyes témakörökre, illetve hogy az ebben gyakorlásra, ismétlésre, ellenőrzésre szánt órákat (17) és a 10% szabad órakeretet (20) hogyan osztottuk szét **(pirossal jelölve)**.

Témakörök	11-12. évfolyam kerettantervben	11. évfolyam heti 3 óra	12. évfolyam heti 3 óra	Eltérés
Gondolkodási módszerek	11	12	5	+6
Számelmélet, algebra	23	29		+6
Függvények, sorozatok	28	17	15	+4
Geometria	42	35	20	+13
Statisztika, valószínűség	20	15	10	+5
Rendszerező ismétlés	40		43	+3
<i>Gyakorlásra, ismétlésre, ellenőrzésre szétosztva a témakörök között</i>	<b>17</b>			<b>37</b>
<i>10% szabad órakeret</i>	<b>20</b>			
<b>Összesen</b>	<b>201</b>	<b>108</b>	<b>93</b>	

# 11. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 12 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Sorbarendezerési, leszámllási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása  <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret 23 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök fogalma, azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A	

	matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
n-edik gyök fogalma, azonosságai. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értéksökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.  <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe a Kepler-törvények felfedezésében.	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés.  <i>Kémia:</i> pH-számítás.  <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
A definíciók és a logaritmus	Modellek alkotása (algebrai	<i>Életvitel és gyakorlat:</i>

azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmikus egyenletek.	modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	zajszennyezés.  <i>Kémia:</i> pH-számítás.  <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 17 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Ismétlés: Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alap gondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram.  <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x) + c$ , $f(x + c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$ .	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Az exponenciális függvények.	Permanenciaelv alkalmazása.	
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok)	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.  <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.  <i>Történelem, társadalmi és</i>

	stb.).	<i>állampolgári ismeretek;</i> <i>földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.
A logaritmussfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.		
A logaritmussfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Színuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmussfüggvény. Exponenciális folyamat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 35 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögre, speciális háromszögre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek kiszámítása a szögfüggvények segítségével. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.		
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
Színusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre.  <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	
Pitagorasz-i összefüggés	A trigonometrikus azonosságok		

egy szög szinusz és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusz, illetve koszinusz között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.	A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	<i>Fizika:</i> mechanikai munka, mágneses fluxus.
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	<i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika:</i> hely megadása.
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).

Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Íránytangens és az egyenes meredeksége.		<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata).  <i>Fizika:</i> égitestek pályája.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Pontthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő pontthalmaz.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 15 óra
<b>Előzetes tudás</b>	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	

<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Ismétlés, rendszerezés: eseményekkel végzett műveletek; példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre; elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.
A valószínűség klasszikus modellje. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolata.	
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	<i>Fizika:</i> az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevése mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell.	
<b>A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén</b>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.</li> <li>– A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásban.</li> <li>– Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.</li> <li>– Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.</li> <li>– A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.</li> <li>– A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.</li> <li>– A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudnak kombinatorikai problémákat jól megoldani,.</li> <li>– A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is.</li> </ul> <p><i>Számtan, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.</li> </ul>	



	<ul style="list-style-type: none"> <li>– A logaritmus fogalmának ismerete.</li> <li>– A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.</li> <li>– Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.</li> <li>– A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.</li> <li>– Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.</li> </ul> <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.</li> <li>– Függvénytranszformációk végrehajtása.</li> <li>– Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.</li> <li>– Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.</li> <li>– Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.</li> </ul> <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.</li> <li>– A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.</li> <li>– A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.</li> <li>– Hosszúság és szög kiszámítása.</li> <li>– Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.</li> <li>– Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.</li> <li>– A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.</li> </ul> <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A valószínűség matematikai fogalma.</li> <li>– A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.</li> <li>– Mintavétel és valószínűség.</li> <li>– A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.</li> </ul>
--	---

# 12. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 5 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Az „és”, „vagy”, „nem”, „ha ..., akkor”, „akkor és csak akkor” szemléletes jelentése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A logikai műveletek megfelelő használata a hétköznapi életben és a matematikában.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”, „akkor és csak akkor”.	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, implikáció, ekvivalencia. Logikai műveletek igazságtáblázatai, egyszerű azonosságok.	Az ismeretek rendszerezése: a matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (halmazok – kijelentések – események).	<i>Fizika:</i> logikai áramkörök, kapcsolási rajzok
A logikai műveletek változatos alkalmazásai feladatokban.		
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Logikai művelet. Igazságtáblázat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 15 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Függvénytani alapfogalmak.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Ismerethordozók használata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	<i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.
Kamatoskamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	<i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.  <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 20 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, köréi. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder	

	felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúlán és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengersizű, kúpszerű testek, poliéderek).	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometria szimulációs program).  <i>Kémia:</i> kristályok.
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometria szimulációs program).
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Terület, felszín, térfogat.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>		<b>Órakeret 10 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A valószínűség klasszikus modellje.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Statisztikai mérőszámok. Következtetések a statisztikai mutatók alapján. A valószínűség geometriai modellje.		
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
Egyszerű példák a valószínűség kiszámításának geometriai modelljére.	Modellalkotás; megfelelő valószínűségi modell hétköznapi problémákra, jelenségekre.		
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelm, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése.		

	Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Szórás.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>Rendszerező összefoglalás</b>	<b>Órakeret 43 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A középiskolai matematika anyaga.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	<i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.  <i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	

Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	<i>Filozófia</i> : szillogizmusok.
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	
<i>Számтан, algebra</i>		
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat</i> : alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek</i> : képletek használata
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal	

	való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlet típusok és egyenlőtlenség típusok önálló megoldása.	
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i>		
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$ , $f(x+c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$ . Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Geometria</i>		
Geometriai alapfogalmak,		

ponthalmazok.		
Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		
Vektorok alkalmazásai.		
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	
<i>Valószínűség-számítás, statisztika</i>		



Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Tételek, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.	

<b>A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végén</b>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A logikai műveletek megfelelő alkalmazása a matematikában és a hétköznapi életben.</li> <li>– Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.</li> <li>– Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.</li> <li>– A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.</li> <li>– A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.</li> </ul> <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.</li> </ul> <p><i>Geometria</i></p>
--	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.</li> <li>– A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.</li> <li>– Kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása speciális síkidomok és testek esetében.</li> </ul> <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.</li> <li>– A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.</li> <li>– Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.</li> </ul> <p><i>Összességében</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.</li> <li>– Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.</li> <li>– Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.</li> <li>– Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.</li> <li>– Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.</li> <li>– A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.</li> <li>– A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.</li> <li>– A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.</li> <li>– A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.</li> </ul>
--	---

# Emelt szintű érettségire felkészítő matematika csoport a 11–12. évfolyamon

Ez a szakasz az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, és egyben kiteljesíti a kapcsolatokat a többi tantárggyal, valamint a mindennapi élet matematikaigényes elemeivel. A matematikatanulásban kialakult rendszeresség, problémamegoldó készség az élet legkülönbözőbb területein segíthet. Ezt célszerű tudatosítani a tanulóknak.

**Ez a kerettantervi elem a matematika főiskolai-egyetemi tanulására való felkészítést célozza meg. A problémamegoldó készségen túl fontos az önálló rendszerezés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, az alkalmazási lehetőségek megtalálása, a kapcsolatok keresése különböző témakörök között.**

Ebben az időszakban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, miközben sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható a tanulóktól többféle készség és ismeret együttes alkalmazása. Minden témában hangsúlyosan kell kitérnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára.

A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra. A korábbiaknál is nagyobb hangsúlyt kell fektetni a különböző gyakorlati problémák optimumát kereső feladatokra. Ezért az ilyen problémák elemi megoldását külön fejezetként iktatjuk be.

Az analízis témakörben a szemléletesség segíti a problémák átlátását, az egzaktság pedig a felsőfokú képzésre való készülést.

A rendszerező összefoglalás, túl azon, hogy az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, mintaként szolgálhat a későbbiekben is bármely területen végzett összegző munkához.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák.

## Tananyagbeosztás

Az alábbi – magyarázatként szolgáló – táblázatban feltüntettük, hogy a kerettanterv két évfolyamonként hány órát határozott meg az egyes témakörökre, illetve hogy az ebben gyakorlásra, ismételésre, ellenőrzésre szánt órákat (15) és a 10% szabad órakeretet (33) hogyan osztottuk szét **(pirossal jelölve)**.

Témakörök	11-12. évfolyam kerettantervben	11. évfolyam heti 5 óra	12. évfolyam heti 5 óra	Eltérés
Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	22	22		
Hatvány, gyök, logaritmus	30	34		+4
Trigonometria	40	40		
Koordináta geometria	28	30		+2
Sorozatok	15	19		+4
Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása	15	15		
Folytonosság, differenciálszámítás	30		35	+5
Integrálszámítás, térgeometria	40		40	
Statisztika, valószínűség	20	20	10	+10
Rendszerező ismételés	47		70	+23
<i>Gyakorlásra, ismételésre, ellenőrzésre szétosztva a témakörök között</i>	<b>15</b>			<b>48</b>
<i>10% szabad órakeret</i>	<b>33</b>			
<b>Összesen</b>	<b>335</b>	<b>180</b>	<b>155</b>	

# 11. évfolyam emelt

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 22 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulya elv, logikai szita. Sorbarendezési és kiválasztási feladatok, gráfhasználat feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, fokszám.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Korábban megismert fogalmak ismételése, elmélyítése. Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Számhalmazok. Számhalmazok bővítésének szükségessége a természetes számoktól a komplex számokig. Algebrai számok, transzcendens számok.</p> <p>Halmazok számossága. Halmazok ekvivalenciája. Végtelen és véges halmazok. Megszámlálható és nem megszámlálható halmazok. Kontinuum-sejtés.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Cantor, Hilbert, Gödel.</p>		<i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése. Bizonyíthatóság.
<p>Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások. Adott tulajdonságú matematikai objektumok konstruálása. Adott tulajdonságú sorozatok, függvények, egyenletek, műveletek, ábrák, lefedések, színezések stb. Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre. (Pl. invariáns mennyiség keresésével.) Példák a matematika történetéből lehetetlenségi bizonyításokra.</p>		
<p>Kombinatorika. (A korábbi ismeretek összegzése.) Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül és ismétléssel. (Vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül ismétlés, rendszerezés.) Binomiális együtthatók, tulajdonságaik. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Binomiális tétel. <i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal. Néhány kombinatorikus geometriai probléma. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.</p>		
Gráfok.		<i>Biológia-egészségtan:</i>

<p>Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, fokszám, egyszerű gráf, összefüggő gráf, komplementer gráf, fagráf, kör, teljes gráf). Gráfokra, éleikre, csúcsok fokszámaira vonatkozó egyszerű tételek.</p> <p>Euler-vonal, Hamilton-kör.</p> <p>Gráfok alkalmazása leszámolásos feladatokban – rendszerező ismételés.</p> <p><i>Matematikatörténet: Euler.</i></p>	genetika.
<p>A matematika felépítése.</p> <p>Fogalmak, alapfogalmak, axiómák, tételek, sejtések.</p> <p>Műveletek a matematikában.</p> <p>Műveleti tulajdonságok.</p> <p>Relációk a matematikában és a mindennapi életben.</p> <p>Relációtulajdonságok.</p> <p>Bizonyítási módszerek áttekintése.</p> <p>Direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulya elv, teljes indukció. Tételek megfordítása.</p>	<p><i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése. Állítások igazolásának szükségessége.</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	Permutáció, variáció, kombináció, művelet, reláció, binomiális együttható.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Hatvány, gyök, logaritmus	Órakeret 34 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökvonás azonosságai. Valós számok halmaza.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése, az irracionális kitevőjű hatvány szemléletes fogalma. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. Más tudományágakban a matematika alkalmazásának felfedezése.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>A racionális kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismételése.</p> <p>Számolás racionális kitevőjű hatványokkal, gyökös kifejezésekkel.</p> <p>Irracionális szám kétoldali közelítése racionális számokkal.</p> <p>A hatványfogalom kiterjesztése irracionális számra.</p> <p>Az exponenciális függvény.</p> <p>Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata.</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás.</p> <p><i>Fizika:</i> radioaktivitás.</p>
<p>Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.</p> <p>Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.</p>		<p><i>Földrajz:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok,</p>

	túltermelés és túlfogyasztás).
<p>Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival.</p> <p>A logaritmus fogalma.</p> <p>Logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel.</p> <p>A logaritmus azonosságai.</p> <p>Szorzat, hányados, hatvány logaritmusa, áttérés más alapú logaritmusra.</p> <p>Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál.</p> <p>A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Napier, Kepler. A logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i></p> <p>zajszennyezés.</p> <p><i>Kémia:</i> pH-számítás.</p>
<p>A logaritmusfüggvény.</p> <p>A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata.</p> <p>Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata.</p> <p>Inverz függvénykapcsolat.</p>	<p><i>Fizika:</i> régészeti leletek – kormeghatározás.</p>
<p>Logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.</p> <p>Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmosos egyenleteknél.</p>	
Paraméteres exponenciális és logaritmosos egyenletek.	
Egyenletek ekvivalenciájával kapcsolatos ismeretek összegzése.	
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés.</p> <p>Logaritmus.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Trigonometria	Órakeret 40 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Algebrai és geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak felfedezése más tudományterületeken is. A függvényszemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>A vektorokról tanultak rendszerező ismétlése:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– a vektor fogalma,</li> <li>– vektorműveletek,</li> <li>– vektorfelbontás.</li> </ul>		

<p>A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik. A vektor <math>90^\circ</math>-os elforgatottjának koordinátái.</p>	
<p>A szögfüggvények általános értelmezése. Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták. A szögfüggvények előjele a különböző síknegyedekben. Szögfüggvények közötti összefüggések. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. A trigonometrikus függvények. A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás. A trigonometrikus függvények transzformáltjai, függvényvizsgálat.</p>	<p><i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása.</p> <p><i>Informatika:</i> grafikonok elkészítése számítógépes programmal.</p>
<p>Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. Merőleges vektorok skaláris szorzata. Szükséges és elégséges feltétel. Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével. A skaláris szorzat és a Cauchy-egyenlőtlenség kapcsolata. Vektorok vektoriális szorzata. Szemléletes kép, bizonyítások nélkül.</p>	<p><i>Fizika:</i> munka, elektromosságtan.</p>
<p>A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével. A háromszög egy oldalának kifejezése a köré írt kör sugara és szemközti szög segítségével. Szinusztétel. Koszinusztétel. A tételek pontos kimondása, bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Általános háromszög adatainak meghatározása. Egyértelműség vizsgálata. Szög, távolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is. Bizonyítási feladatok.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alakzatok adatainak meghatározása.</p> <p><i>Földrajz:</i> távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok. GPS-helymeghatározás.</p>
<p>Szögfüggvények közötti összefüggések. Addíciós tételek:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– két szög összegének és különbségének szögfüggvényei,</li> <li>– egy szög kétszeresének szögfüggvényei,</li> <li>– félszögek szögfüggvényei,</li> <li>– két szög összegének és különbségének szorzattá alakítása.</li> </ul> <p>A trigonometrikus azonosságok használata, több lehetőség közül a legalkalmasabb összefüggés megtalálása. Trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása. Háromszögekre vonatkozó feladatok addíciós tételekkel. Tangenstétel.</p>	
<p>Trigonometrikus egyenletek. Az összes megoldás megkeresése. Hamis gyökök elkerülése.</p>	<p><i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez,</p>



Trigonometrikus egyenlőtlenségek. Grafikus megoldás vagy egységkör alkalmazása. Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata. Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.	sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Skaláris szorzat, szinusz-tétel, koszinusz-tétel, addíciós tétel, trigonometrikus azonosság, egyenlet.

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>Koordinátageometria</b>	<b>Órakeret 30 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Koordinátarendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
A Descartes-féle koordinátarendszer. A helyvektor és a szabadvektor. Rendszerező ismétlés.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
Vektor abszolútértékének kiszámítása. Két pont távolságának kiszámítása. A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Két vektor hajlásszöge. Skaláris szorzat használata.		
Szakasz osztópontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái. Elemi geometriai ismereteket alkalmazása, vektorok használata, koordináták számolása.		<i>Fizika:</i> alakzatok tömegközéppontja.
Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens. A különböző jellemzők közötti kapcsolat értése, használata. Az egyenes egyenletei. – Adott pontra illeszkedő, adott normálvektorú egyenes, illetve sík egyenlete. – Adott pontra illeszkedő, adott irányvektorú egyenes egyenlete síkban, egyenletrendszere térben. – Iránytényezős egyenlet. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata. A feladathoz alkalmas egyenlet típus kiválasztása. Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele. Két egyenes metszéspontja. Két egyenes szöge.		<i>Fizika:</i> mérések értékelése.  <i>Informatika:</i> számítógépes program használata.

Skaláris szorzat használata.		
A kör egyenlete. Kétismeretlenes másodfokú egyenlet és a kör egyenletének kapcsolata. Kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör érintőjének egyenlete. Két kör közös pontjainak meghatározása. Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió. Szerkeszthetőségi kérdések.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
A parabola tengelyponti egyenlete. A parabola pontjainak tulajdonsága: fókuszpont, vezéregyenes. A parabola és a másodfokú függvény. Teljes négyzetté kiegészítés. A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.		<i>Fizika:</i> geometriai optika, fényszóró, visszapiillantó tükör.
Összetett feladatok megoldása paraméter segítségével vagy a szerkesztés menetének követésével. Mértani helyek keresése. Apollóniosz-kör. Merőleges affinitással kapott mértani helyek. Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek. Lineáris programozási feladat.		<i>Informatika:</i> több feltétel együttes vizsgálata.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező. Egyenes, kör, parabola egyenlete.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Sorozatok	Órakeret 19 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Számítási sorozat, mértani sorozat fogalma, egyszerű alapösszefüggések.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A hétköznapi életben, matematikai problémában a sorozattal leírható mennyiségek észrevétele. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Korábbi ismeretek rendszerező ismételése. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat. Rekurzív sorozat $n$ -edik elemének megadása. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.		<i>Informatika:</i> algoritmusok.
Számítási sorozat. A számítási sorozat $n$ -edik tagja. A számítási sorozat első $n$ tagjának összege. Mértani sorozat. A mértani sorozat $n$ -edik tagja.		<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári</i>

<p>A mértani sorozat első <math>n</math> tagjának összege.  Számítási feladatok számtani és a mértani sorozatokra.  Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal.  A számtani sorozat mint lineáris és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.  Gyakorlati alkalmazások – kamatos kamat számítása.  Törlesztési feladatok.  Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjáradék.  Véges sorok összegzése.  Számtani és mértani sorozatból előállított szorzatok összegzése.  Teleszkópos összegek.  <i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i></p>		<p><i>ismeretek:</i> lineáris és exponenciális folyamatok.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hitel – adósság – eladósodás.</p>
<p>Sorozatok konvergenciája.  A határérték szemléletes és pontos definíciói.  Műveletek konvergens sorozatokkal.  Konvergens és divergens sorozatok.  Az <math>\sqrt[n]{a}</math>, <math>\sqrt[n]{n}</math> <math>\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n</math> sorozatok.  Konvergens sorozatok tulajdonságai.  Torlódási pont.  Konvergens sorozatnak egy határértéke van.  Minden konvergens sorozat korlátos.  Monoton és korlátos sorozat konvergens.  Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek. Rendőrlv.</p>		
<p>Végtelen sorok.  Végtelenen sor konvergenciája, összege.  Végtelen mértani sor.  Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása.  További példák konvergens sorokra.  Teleszkópos összegek.  Négyzetszámok reciprokainak összege.  Példák nem konvergens sorokra.  Harmonikus sor.  Feltételesen konvergens sorok.</p>		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, rekurzív sorozat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása	Órakeret 15 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Nevezetes azonosságok ismerete. Közepek és sorrendjük ismerete két változóra. Másodfokú és trigonometrikus függvények ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása. A modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal. A szélsőérték-problémához illő megoldási mód kiválasztása. Gyakorlat	

	optimális megoldások keresésében.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Azonos egyenlőtlenségek.</p> <p>Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek. (Többváltozós alak bizonyítása fokozatos közelítés módszerével.)</p> <p>Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek alkalmazása szélsőérték-feladatok megoldásában.</p> <p>Szélsőérték-feladatok megoldása függvénytulajdonságok segítségével. (Másodfokú és trigonometrikus függvényekkel.)</p> <p>Szélsőérték-feladatok megoldása fokozatos közelítés módszerével.</p> <p>Bernoulli-egyenlőtlenség.</p> <p>Cauchy-egyenlőtlenség.</p> <p>Jensen-egyenlőtlenség. (Bizonyítás nélkül, szemléletes képpel.)</p> <p>Környezetvédelem: legrövidebb utak és egyéb optimális módszerek keresése.</p>		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Szélsőérték hely, szélsőérték. Nevezetes közép.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Statisztika, valószínűség	Órakeret 20 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására. Mit jelent a valószínűség – a nagy számok törvénye.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Statisztikai mintavétel.</p> <p>Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.</p> <p>Számsokaságok jellemzése: átlag, medián, módusz, szórás.</p> <p>Gyakorlati példák arra, hogy mikor melyik mutatóval célszerű jellemezni a számsokaságot.</p> <p>Átlagos abszolút eltérés, átlagos négyzetes eltérés.</p> <p>A medián és az átlag minimumtulajdonsága.</p> <p>Közzvélemény-kutatás. Statisztikai évkönyv.</p> <p>Minőség-ellenőrzés.</p>		<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások.</p>
<p>Eseményalgebra.</p> <p>Kapcsolat a halmazok és a logika műveleteivel.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> George Boole.</p>		
<p>Véletlen jelenségek megfigyelése.</p> <p>A modell és a valóság kapcsolata.</p> <p>Szerencsejátékok elemzése.</p> <p>Klasszikus valószínűségi modell.</p> <p>Események összegének, szorzatának, komplementerének</p>		<p><i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.</p>

<p>valószínűsége.  Kizáró események, független események valószínűsége.  Feltételes valószínűség.  Mintavételre vonatkozó valószínűségek megoldása klasszikus modell alapján.  Nagy számok törvénye. (Szemléletes tárgyalás képletek nélkül.)  Geometriai valószínűség.  <i>Matematikatörténet: Pólya György, Rényi Alfréd.</i></p>	
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Valószínűség, kizáró esemény, független esemény.</p>

<p><b>A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén</b></p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Halmazok számosságával kapcsolatos ismeretek áttekintése.</li> <li>- A kombinatorikai problémák rendszerezése.</li> <li>- Bizonyítási módszerek áttekintése.</li> <li>- A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában.</li> </ul> <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete.</li> <li>- A logaritmus fogalmának ismerete.</li> <li>- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából.</li> <li>- Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése.</li> <li>- Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.</li> <li>- Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése.</li> <li>- A számológép biztos használata.</li> </ul> <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.</li> <li>- Függvénytranszformációk.</li> <li>- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.</li> <li>- A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok.</li> <li>- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.</li> <li>- Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése.</li> </ul> <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták.</li> <li>- Két vektor skaláris szorzata, vektoriális szorzata.</li> <li>- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.</li> <li>- A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai</li> </ul>
---	--

	<p>megoldása.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.</li> <li>- Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.</li> </ul> <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.</li> <li>- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja.</li> <li>- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.</li> </ul>
--	---

# 12. évfolyam emelt

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Folytonosság, differenciálszámítás	Órakeret 35 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Függvények megadása, értelmezési tartomány, értékészlet. Függvények jellemzése: zérushely, korlátosság, szélsőérték, monotonitás, paritás, periodicitás. Sorozatok határértéke.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Megismerkedés a függvények vizsgálatának új módszerével. A függvény folytonossága és határértéke fogalmának megalapozása. A differenciálszámítás módszereinek használata a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára. A matematikán kívüli területeken – fizika, közgazdaságtan – is alkalmazások keresése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése. Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése.		<i>Informatika:</i> számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására.
Függvény határértéke. A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések. Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke. A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata. A $\frac{\sin x}{x}$ függvény vizsgálata, az $x = 0$ helyen vett határértéke.		<i>Informatika:</i> a határérték számítógépes becslése.  <i>Fizika:</i> felhasználás $\sin x$ , illetve $\tan x$ közelítésére kis szög esetében.
A függvények folytonossága. Példák folytonos és nem folytonos függvényekre. A folytonosság definíciói. Intervallumon folytonos függvények. Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai. (Bizonyítások nélkül, de ellenpéldákkal azokra az esetekre, ha az intervallum nem korlátos, nem zárt, illetve ha a függvény nem folytonos.)		<i>Fizika:</i> példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.
Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére. A függvénygörbe érintőjének iránytangense. A pillanatnyi sebesség meghatározása.		<i>Fizika:</i> az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata. A fluxus és az indukált feszültség kapcsolata.

		<i>Biológia-egészségtan:</i> populáció növekedésének átlagos sebessége.
<p>A differenciálhatóság fogalma. A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény. Példák nem differenciálható függvényekre is. Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között. Alapfüggvények deriváltja: Konstans függvény, <math>x^n</math>, trigonometrikus függvények deriváltja. Műveletek differenciálható függvényekkel. Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja. Inverz függvény deriváltja. Exponenciális és logaritmusfüggvény deriváltja. (Bizonyítás nélkül.) Magasabbrendű deriváltak. <i>Matematikatörténet:</i> Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.</p>		<i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás kitérése, sebessége, gyorsulása – ezek kapcsolata.
<p>A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata. – Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény. – Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása. Középértéktételek. Rolle- és Lagrange-tétel. (Szemléletes kép.)</p>		<i>Fizika:</i> fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése.
<p>Konvexitás vizsgálata deriválással. A konvexitás definíciója. Inflexiós pont. A második derivált és a konvexitás kapcsolata.</p>		
<p>Függvényvizsgálat differenciálszámítással. Összevetés az elemi módszerekkel.</p>		
<p>Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása. A differenciálszámítás és az elemi módszerek összevetése.</p>		<i>Fizika:</i> Fermat-elv, Snellius-Descartes törvény. Fizikai jellegű szélsőérték-problémák.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Függvényfolytonosság, -határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabbrendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Integrálszámítás, téergeometria	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	Folytonos függvények fogalma. Területszámítás elemei. Sorozatok, véges sorok. Differenciálási szabályok ismerete.	



<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Az integrálszámítás módszereivel találkozva a közelítő módszerek ismeretének bővítése. A függvény alatti terület alkalmazásai a matematika és a fizika több területén. Áttekintő képet kialakítása a térgeometriáról, a felszín- és térfogatszámítás módszereiről.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>A területszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb alakzat területének levezetése az alapelvekből.</p> <p>A területszámítás módszereinek áttekintése. Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben. (Pl. geometriai bizonyításokban.)</p>		
<p>A térfogatszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb test térfogatának levezetése az alapelvekből.</p> <p>A térfogatszámítás áttekintése. A térfogatszámítás néhány új eleme. Cavalieri-elv, a gúla térfogata. Csonkagúla térfogata. Érintőpoliéderek térfogata. Alakzatok felszíne, hálója. Csonkakúp felszíne. Gömb felszínének levezetése (Heurisztikus, nem precíz módszerrel.)</p>		
<p>Térgeometria elemei. Tetraéderekre vonatkozó tételek. (Van-e beírt, körülírt gömbje, súlypontja, magasságpontja?) Ortogonalis tetraéder. Tetraéder és paralelepipedon. Euler-féle poliéder-tétel. (Bizonyítás nélkül.) Szabályos testek.</p>		<p><i>Kémia:</i> kristályok.</p> <p><i>Művészetek:</i> szimmetriák.</p>
<p>Bevezető feladatok az integrál fogalmához. Függvény grafikonja alatti terület. A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület. A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.</p>		
<p>Alsó és felső közelítő összegek. Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása. Közelítés véges összegekkel.</p> <p>A határozott integrál fogalma, jelölése. A szemléletes megközelítésre alapozva eljutás a pontos definícióig. Példa nem integrálható függvényre is. Negatív függvény határozott integrálja. A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása. Számítógépes szoftver használata a határozott integrál szemléltetésére.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Bernhard Riemann.</p>		<p><i>Informatika:</i> számítógépes szoftver használata.</p>

<p>Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele. Korlátos és monoton függvények integrálhatósága. A határozott integrál tulajdonságai.</p>	<p><i>Fizika:</i> A munka és a mozgási energia. Elektromos feszültség két pont között, a potenciál. Tehetetlenségi nyomaték. Alakzat tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség.</p>
<p>Az integrál mint a felső határ függvénye. Integrálfüggvény. Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja. Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között. A primitív függvény fogalma. A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál: – hatványfüggvény, polinomfüggvény, – trigonometrikus függvények, – exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. A Newton-Leibniz-tétel. Integrálási módszerek: Integrálás helyettesítéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Newton, Leibniz, Euler.</p>	
<p>Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra. Két függvénygörbe közötti terület meghatározása. Forgástest térfogatának meghatározása. Henger, kúp, csonkakúp, gömb, gömbszelet térfogata. Az integrálás közelítő módszerei – numerikus módszerek.</p>	<p><i>Fizika:</i> Potenciál, munkavégzés elektromos, illetve gravitációs erőterben. Váltakozó áram munkája, effektív áram és feszültség. Newton munkássága.</p>
<p>Néhány egyszerűbb improprius integrál. Néhány hatványsor. (Formális meghatározás integrálással.) Hatványsorok szerepe a matematikában, fizikában, informatikában. Hogyan számolnak az egyszerű számológépek 12 jegy pontossággal?</p>	
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel. Felszín, térfogat, forgástestek, csonkakúp, csonkakúp, gömb.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Statisztika, valószínűség	Órakeret 10 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására. Mit jelent a valószínűség – a nagy számok törvénye.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Szerencsejátékok elemzése. Klasszikus valószínűségi modell. Események összegének, szorzatának, komplementerének valószínűsége. Kizáró események, független események valószínűsége. Feltételes valószínűség. Mintavételre vonatkozó valószínűségek megoldása klasszikus modell alapján. Nagy számok törvénye. (Szemléletes tárgyalás képletek nélkül.) Geometriai valószínűség. <i>Matematikatörténet: Pólya György, Rényi Alfréd.</i>		<i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valószínűség, kizáró esemény, független esemény. Feltételes valószínűség.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	10. Rendszerező összefoglalás	Órakeret 70 óra
<b>Előzetes tudás</b>	A 4 év matematika-tananyaga.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. Felkészítés az emelt szintű érettségire: az önálló rendszerzés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, alkalmazási lehetőségek megtalálása. Kapcsolatok keresése különböző témakörök között. Elemzőkészség, kreativitás fejlesztése. Felkészítés a felsőfokú oktatásra.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<i>Gondolkodási módszerek</i> <i>Halmazok, matematikai logika</i> Halmazok, megadási módjaik, részhalmaz, kiegészítő halmaz. Halmazok közötti műveletek. Végtelen halmazok elmélete; számosságok. Állítások, logikai értékük. Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Univerzális és egzisztenciális kvantor. <i>Kombinatorika, gráfok, algoritmusok</i>		<i>Filozófia:</i> gondolati rendszerek felépítése, fejlődése.

<p>Permutáció, variáció, kombináció.  Binomiális tétel. Pascal háromszög.  Elemi gráfelméleti ismeretek.  Euler-féle poliédertétel.  A bizonyítások fejlődése és a bizonyítási módszerek változása.  Nevezetes sejtések.</p>	
<p><i>Algebra és számelmélet</i>  <i>Műveletek kifejezésekkel</i>  Algebrai kifejezések átalakításai, nevezetes szorzatok.  A hatványozás azonosságai.  Matematikai fogalmak fejlődése, permanencia-elv.  Gyökös kifejezések átalakításai.  Exponenciális és logaritmikus kifejezések átalakításai.  <i>Számelmélet</i>  Oszthatósági szabályok. Számolás maradékokkal.  Prímszámok.  Oszthatósági feladatok megoldása.  <i>Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</i>  Lineáris és lineárisra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.  Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.  Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek.  Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.  Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.  Polinomok algebrája.  Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek.</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i>  számítási feladatok megoldása.</p>
<p><i>Függvények, sorozatok, az analízis elemei</i>  <i>Függvények</i>  A függvény fogalma.  Függvények rendszerezése a definiáló kifejezés szerint: konstans, lineáris, egészrész, törtrész, másodfokú, abszolútérték, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus függvények.  Függvények rendszerezése tulajdonságaik szerint.  Függvénytranszformációk.  Valós folyamatok elemzése függvénytani modellek szerint.  <i>Sorozatok, sorok</i>  A sorozat fogalma.  Számítási, mértani sorozat.  Rekurzióval megadott egyéb sorozatok.  Sorozatok monotonitása, konvergenciája.  A végtelen mértani sor.  <i>Analízis</i>  Függvények korlátossága és monotonitása.  Függvény határértéke, folytonossága.  Differenciálhányados, derivált függvény.  Differenciálási szabályok.</p>	<p><i>Informatika:</i>  számítógépes programok használata  függvények ábrázolására, vizsgálatára.</p> <p><i>Fizika:</i> Az analízis alkalmazásai a fizikában. A matematika és a fizika kölcsönhatása az analízis módszereinek kialakulásában.</p>

<p>L'Hospital-szabály.  Függvényvizsgálat differenciálás segítségével.  Szélsőérték-meghatározási módok.  A tanult függvények primitív függvényei.  Integrálási módszerek.  A határozott integrál.  Newton–Leibniz-tétel.  A határozott integrál alkalmazásai.  Improprius integrál.</p>	
<p><i>Geometria</i>  <i>Geometriai alapfogalmak</i>  Tételek köcsönös helyzete, távolsága, szöge.  <i>Geometriai alakzatok, bizonyítások</i>  Nevezetes ponttalmazok.  Síkidomok, testek, tulajdonságaik.  Elemi sík- és téreometriai tételek.  <i>Geometriai transzformációk</i>  Egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik.  Szerepük a bizonyításokban és a szerkesztésekben.</p> <p><i>Vektorok, trigonometria, koordináta-geometria</i>  Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében.  Matematikai fogalmak fejlődésének követése.  Vektorfelbontás, vektorok koordinátái.  Hegyszög szögfüggvényei. Szinus- és koszinusztétel.  A háromszög hiányzó adatainak kiszámolása.  Trigonometrikus azonosságok.  Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben).  A kör egyenletei.  A kúpszeletek definíciója, egyenleteik.</p> <p><i>Geometriai mértékek</i>  A hosszúság és a szög mértékei. Kiszámolási módjaik.  A kétoldali közelítés módszere. A terület fogalma és kiszámítási módjai.  A felszín és térfogat fogalma és kiszámítási módjai.  Az integrálszámítás felhasználása alakzatok mértékének kiszámításához.</p>	<p><i>Művészetek:</i>  szimmetriák,  arany metszés.</p> <p><i>Informatika:</i>  számítógépes  geometriai programok  használat.</p>
<p><i>Valószínűség számítás, statisztika</i>  Statisztikai alapfogalmak: módus, medián, átlag, szórás.  Esemény algebra és műveleti tulajdonságai. Teljes eseményrendszer.  A matematika különböző területeinek összekapcsolása:  Boole-algebra.  Grafikonok, táblázatok, diagrammok készítése és olvasása.  Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság.  A valószínűség kiszámítási módjai.  Feltételes valószínűség.  Mintavételi feladatok klasszikus modell alapján.  Szerepük a mindennapi életben.</p>	<p><i>Informatika:</i>  táblázatkezelő,  adatbázis-kezelő  program használata.</p> <p><i>Fizika:</i> fizikai  jelenségek  valószínűség-számítási  modellje.</p>

<p>A véletlen szabályszerűségei, a nagy számok törvénye. A közvéleménykutatás elemei.</p>	
<p><i>Motivációs témakörök</i> Néhány matematikatörténeti szemelvény. A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. (Pl. Rényi Alfréd: Dialógusok a matematikáról.) Matematikusokkal kapcsolatos történetek. Matematika alapú játékok. Logikai feladványok, konstrukciós feladatok. A matematika néhány filozófiai kérdése. A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői. Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.</p>	<p><i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internethasználat.</p>

<p><b>A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végén</b></p>	<p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával.</li> <li>- Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása.</li> </ul> <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.</li> <li>- Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.</li> </ul> <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.</li> <li>- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja.</li> <li>- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.</li> </ul> <p><i>A követelmények részletes felsorolását a közép és emelt szintű érettségi követelményei tartalmazzák.</i></p> <p><i>Összességében</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- A matematikai tanulmányok végére önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.</li> <li>- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.</li> <li>- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.</li> <li>- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.</li> <li>- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.</li> <li>- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.</li> </ul> <p>A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények</p>
---	---

<p><b>A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végén</b></p>	<p>becslésére.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.</li> </ul> <p>A matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.</p>
---	---